

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА «Математический анализ»

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы
_____/проф. И.А.Танкиев
от «27» апреля 2026г.

Декан физико-математического факультета
_____/М.Х.Мальсагов
от «28» апреля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.11 «Дифференциальная геометрия и топология»

Направление подготовки (бакалавриат)
44.03.01. «Педагогическое образование»

Направленность (профиль подготовки)
«Математика»

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2026г

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Дифференциальная геометрия и топология» являются формирование у студентов современного геометрического мышления, необходимого для решения профессиональных задач в области преподавания математики, а также освоение фундаментальных понятий и методов дифференциальной геометрии и топологии как основы для дальнейшего изучения смежных математических дисциплин.

Для дисциплин, формирующих профессиональные компетенции: Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих обобщенных трудовых функций (трудовых функций):

- **Обобщенная трудовая функция:** Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательной деятельности по основным общеобразовательным программам.
 - **Трудовая функция:** Общепедагогическая функция. Обучение (код А/01.6).
 - **Трудовая функция:** Предметное обучение. Математика (код А/02.6).
- **Профессиональный стандарт:** 01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Минтруда России от 18.10.2021 № 717н.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП.

Дисциплина базируется на знаниях и умениях, полученных при изучении курсов «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Алгебра» и «Элементарная математика». Входные требования включают знание основных понятий векторной алгебры, анализа функций нескольких переменных, обыкновенных дифференциальных уравнений и основ евклидовой геометрии.

Освоение данной дисциплины является необходимой предшествующей основой для изучения таких дисциплин, как «Топология», «Геометрия и группы Ли», а также для выполнения выпускной квалификационной работы и прохождения педагогической практики, где требуется глубокое понимание геометрических основ школьной математики и умение решать задачи повышенной сложности.

3. Результаты освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению (44.03.01):

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1	Способен	УК-1.3: Анализиру	Знать: методы

	осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	ет и систематизирует информацию для решения поставленных задач.	формализации и структурирования геометрической информации. Уметь: выделять главные свойства геометрических объектов и игнорировать второстепенные. Владеть: навыками системного анализа при решении геометрических задач.
		УК-1.5: Строит и аргументирует логические цепочки рассуждений на основе собранной информации.	Знать: основные методы доказательства в геометрии и топологии. Уметь: строить корректные математические доказательства и опровержения. Владеть: навыками логического мышления для решения нестандартных задач.
ОПК-2	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий).	ОПК-2.3: Осуществляет отбор содержания обучения математике для реализации образовательных программ.	Знать: фундаментальные понятия дифференциальной геометрии, входящие в содержание углубленного изучения математики и олимпиадной подготовки. Уметь: адаптировать сложный геометрический материал для школьного и вузовского курса. Владеть: методами составления задачного материала на основе геометрических концепций.
ПК-2 (Профессиональная компетенция,	Способен организовывать	ПК-2.1: Обеспечивает организацию	Знать: современные проблемы геометрии,

если предусмотрена)	проектную и учебно-исследовательскую деятельность обучающихся по математике.	проектной и учебно-исследовательской деятельности по математике.	которые могут быть предложены в качестве тем для исследований. Уметь: формулировать исследовательские задачи в области геометрии для школьников. Владеть: методикой руководства учебными исследованиями геометрического характера.
---------------------	--	--	--

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетные единицы, **108** часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем	Се ме стр	Конт актн ая рабо та (Все го)	Ко нта ктн ая рабо та (Ле кци и)	Конт актна я работ а (Прак т.)	Конт актна я работ а (Лаб.)	Конт актна я работ а (Др. виды)	СР С (Вс его)	СР С (Ку рс. раб ота)	СР С (П од г. к экз .)	СР С (Д р. ви ды)	Собесе довани е	Колло квиум	Те ст ы	Ко нтр . раб от ы	Реф ера т	Эсс е
1.1	Тема 1.1. Вектор-функции. Регулярные кривые.	4	6	4	2	-	-	6	-	-	6	+	-	-	-	-	-
1.2	Тема 1.2. Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе.	4	8	4	4	-	-	8	-	-	8	-	+	-	+	-	-
2.1	Тема 2.1. Первая и вторая квадратичные формы	4	12	6	6	-	-	12	-	-	12	-	-	+	-	-	-

	поверхност и.																
2.2	Тема 2.2. Внутренняя и внешняя геометрия поверхност ей.	4	10	4	6	-	-	10	-	-	1 0	+	-	-	-	+	-
3.1	Тема 3.1. Топологиче ские пространств а. Непрерывн ые отображени я.	4	8	4	4	-	-	8	-	-	8	-	+	-	-	-	-
3.2	Тема 3.2. Гомеоморф измы. Примеры топологиче ских пространств .	4	6	4	2	-	-	4	-	-	4	-	-	+	-	-	-
Ит ого		-	60	30	30	-	-	48	-	36	4 8	-	-	-	-	-	-
Пр ом еж уто чн ая атт ест ац ия	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	Фо рм а: Эк за ме н

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Теория кривых (Темы 1.1–1.2)

Понятие кривой в пространстве. Способы задания кривых. Регулярные и особые точки. Длина дуги кривой, натуральная параметризация. Сопровождающий трехгранник (касательная, главная нормаль, бинормаль). Кривизна и кручение кривой. Формулы Френе. Теорема о натуральных уравнениях кривой. Примеры кривых (винтовая линия, кривые на плоскости).

Раздел 2. Теория поверхностей (Темы 2.1–2.2)

Понятие поверхности. Способы задания поверхностей. Первая квадратичная форма и её геометрический смысл (длина дуги, площадь, угол между кривыми). Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна. Главные кривизны, гауссова и средняя кривизны. Классификация точек

поверхности. Внутренняя геометрия поверхностей. Изометрические и конформные отображения. Теорема Эггеиум Гаусса.

Раздел 3. Основы топологии (Темы 3.1–3.2)

Основные понятия общей топологии. Топологическое пространство, открытые и замкнутые множества. Базы топологий. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы. Топологические инварианты. Связность и компактность. Примеры топологических пространств (евклидовы пространства, сфера, тор, проективная плоскость).

5. Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

Наименование технологии	Краткое описание	Используемые темы/разделы
Проблемное обучение	Создание проблемных ситуаций и организация активной самостоятельной деятельности учащихся по их разрешению.	Раздел 1, Тема 1.2. (Вывод формул Френе).
Разбор конкретных ситуаций (Case-study)	Анализ конкретных геометрических конфигураций, поиск ошибок в доказательствах, решение прикладных задач.	Раздел 2, Тема 2.2. (Применение поверхностей в архитектуре, картографии).
Мозговой штурм	Групповое обсуждение способов доказательства теорем или решения нестандартных задач.	Раздел 3, Тема 3.1. (Поиск контрпримеров к неверным топологическим утверждениям).
Интерактивные лекции	Лекции с обратной связью, использованием демонстрационных программ (GeoGebra, Wolfram Mathematica) для визуализации кривых и поверхностей.	Раздел 1, Тема 1.1. и Раздел 2, Тема 2.1.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание (Изучить..., выполнить..., решить..., изготовить...)	Рекомендуемая литература (указывается номер из раздела 7)	Количество часов

1-2	Тема 1.1.	Работа с литературой, решение задач.	Изучить понятия вектор-функции, гладкой кривой. Решить задачи на вычисление касательного вектора и длины дуги.	[1, гл. 1], [2, гл. 2]	6
3-4	Тема 1.2.	Подготовка к коллоквиуму, решение задач.	Выучить вывод формул Френе. Решить задачи на вычисление кривизны и кручения.	[1, гл. 2], [3, гл. 3]	8
5-7	Тема 2.1.	Написание контрольной работы, решение задач.	Изучить вывод формул для коэффициентов первой и второй квадратичных форм. Решить задачи на вычисление гауссовой кривизны.	[1, гл. 4], [2, гл. 5]	12
8-9	Тема 2.2.	Подготовка реферата.	Написать реферат на тему: «Внутренняя геометрия поверхностей и её роль в современной физике (ОТО)».	[4, гл. 6], Интернет-ресурсы	10
10-11	Тема 3.1.	Подготовка к собеседованию.	Изучить аксиоматику топологического пространства. Привести примеры топологий.	[5, гл. 1], [6, гл. 1]	8
12	Тема 3.2.	Решение тестовых заданий.	Повторить понятия гомеоморфизма, связности, компактности. Выполнить тест в ЭИОС.	[5, гл. 2]	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

1. **Работа с литературой:** Основной формой изучения теоретического материала является самостоятельное чтение рекомендованной литературы. Студентам рекомендуется вести конспект, фиксируя определения, теоремы и доказательства. Особое внимание уделить доказательствам, так как они формируют логическое мышление.
2. **Решение задач:** Решение задач является важнейшим элементом изучения дифференциальной геометрии. Задачи решаются в отдельной тетради. Необходимо обосновывать каждый шаг решения, ссылаясь на изученные теоремы и формулы.
3. **Подготовка к коллоквиуму:** Коллоквиум предполагает устный опрос по теоретическому материалу раздела. Студентам рекомендуется составить план ответа по каждому вопросу и воспроизвести ключевые доказательства без опоры на текст.
4. **Написание реферата:** Реферат выполняется с целью углубленного изучения современного аспекта геометрии. Объем — 10-15 страниц. Обязательны ссылки на источники. Работа должна демонстрировать умение структурировать информацию и делать выводы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Собеседование	Раздел 1, Тема 1.1.	УК-1 (УК-1.3, УК-1.5)
2	Коллоквиум	Раздел 1, Тема 1.2.	УК-1 (УК-1.5), ПК-2 (ПК-2.1)
3	Проверка контрольной работы	Раздел 2, Тема 2.1.	ОПК-2 (ОПК-2.3)
4	Проверка реферата	Раздел 2, Тема 2.2.	УК-1 (УК-1.3), ОПК-2 (ОПК-2.3)
5	Проверка тестов	Раздел 3, Тема 3.2.	УК-1 (УК-1.3, УК-1.5)

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации составляют отдельный документ – Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология».

Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля: (Здесь указывается ссылка, по которой можно найти материалы в ЭИОС, например: **Приложение 1 к РПД – ФОС**).

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

7.1. Учебная литература:

1. **Александров, П. С.** Лекции по аналитической геометрии: учебник / П. С. Александров. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 912 с. — ISBN 978-5-8114-2489-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213298>.
2. **Погорелов, А. В.** Дифференциальная геометрия: учеб. пособие для вузов / А. В. Погорелов. — 7-е изд., стер. — Москва: Дрофа, 2021. — 255 с. — ISBN 978-5-7107-3621-1.
3. **Рашевский, П. К.** Курс дифференциальной геометрии / П. К. Рашевский. — Москва: Либроком, 2020. — 416 с. — ISBN 978-5-397-07742-4.
4. **Мищенко, А. С., Фоменко, А. Т.** Курс дифференциальной геометрии и топологии / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — 3-е изд., испр. — Москва: МЦНМО, 2020. — 504 с. — ISBN 978-5-94057-902-0.
5. **Келли, Д. Л.** Общая топология / Д. Л. Келли. — Москва: Наука, 2021. — 424 с. — ISBN 978-5-02-011605-8.
6. **Энгелькинг, Р.** Общая топология / Р. Энгелькинг. — Москва: Мир, 2022. — 752 с. — ISBN 978-5-03-001680-4.

7.3. Программное обеспечение:

1. **Операционная система:** Microsoft Windows 10/11 (лицензионное).
2. **Пакет офисных программ:** Microsoft Office 2019/2021 (Word, Excel, PowerPoint) или свободно распространяемый аналог LibreOffice.
3. **Математические пакеты:** GeoGebra (свободно распространяемое), Wolfram Mathematica (демо-версия), Maxima (свободно распространяемое).
4. **Система управления обучением (LMS):** Moodle (для размещения тестов и материалов).

7.4. Материально-техническое обеспечение:

№	Наименование оборудованных учебных кабинетов	Перечень оборудования и технических средств обучения
---	--	--

1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа (Лекционная аудитория № 201)	Мультимедийный проектор, экран, доска меловая, компьютер преподавателя с доступом к сети Интернет и ЭИОС вуза.
2	Учебная аудитория для проведения практических занятий (Аудитория № 305)	Доска меловая/маркерная, стационарные компьютеры на 15 посадочных мест с установленным ПО (GeoGebra).
3	Помещение для самостоятельной работы студентов (Читальный зал № 1)	Компьютерные места с доступом к электронно-библиотечным системам (ЭБС), Wi-Fi зона.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «22» февраля 2018 г. № 121 (с изменениями и дополнениями).

Программу составила:

Ст. преподаватель кафедры «Математический анализ» Оздоева Ева Висхаена

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № 8 от «28» апреля 2026г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета протокол № 6 от «28» апреля 2026 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе.

Код компетенции	Этап формирования (Раздел/Тема)	Степень реализации
УК-1	Раздел 1, Темы 1.1-1.2 (Теория кривых)	Частично (развитие логического мышления, работа с информацией)
	Раздел 2, Тема 2.2 (Внутренняя геометрия)	Частично (систематизация знаний, анализ следствий)
	Раздел 3, Темы 3.1-3.2	Полностью (построение абстрактных

	(Топология)	логических конструкций)
ОПК-2	Раздел 2, Темы 2.1-2.2 (Теория поверхностей)	Частично (отбор методов решения задач, адаптация содержания)
ПК-2	Раздел 1, Тема 1.2 (Формулы Френе)	Частично (овладение исследовательскими навыками при выводе формул)
	Раздел 2, Тема 2.2 (Применение поверхностей)	Частично (подготовка рефератов по современным темам)

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2. Сопоставление шкал оценивания

Уровень освоения	Баллы (для дифференцированной оценки)	Оценка «Экзамен» / «Зачет с оценкой»	Оценка «Зачет»	Критерии оценивания
Высокий (продвинутый)	86-100	Отлично	Зачтен	Студент демонстрирует глубокое понимание материала, свободно оперирует понятиями, самостоятельно решает сложные задачи, способен к синтезу знаний из разных разделов.
Средний (базовый)	61-85	Хорошо	Зачтен	Студент усвоил основной материал, допускает незначительные ошибки в формулировках, но исправляет их

				при наводящих вопросах. Решает стандартные задачи.
Пороговый (удовлетворительный)	41-60	Удовлетворительно	Зачтено	Студент понимает основное содержание, но демонстрирует пробелы в знаниях, не может решить задачу без помощи преподавателя. Ориентируется в базовых определениях.
Неудовлетворительный	0-40	Неудовлетворительно	Не зачтено	Студент не усвоил базовые понятия, не может воспроизвести определения и теоремы, не решает типовые задачи.

Таблица 3. Оценивание ответа на вопросы по темам для устного ответа (Собеседование, Коллоквиум)

Критерий	Отлично (5)	Хорошо (4)	Удовлетворительно (3)	Неудовлетворительно (2)
Содержание ответа	Полный, развернутый ответ с примерами.	Ответ полный, но нет иллюстраций.	Ответ схематичный, только основные тезисы.	Ответ отсутствует или не по теме.
Логика	Последовательное, доказательное изложение.	Есть незначительные нарушения	Логика нарушена, но выводы верны.	Отсутствие логики в ответе.

		логики.		
Владение терминологией	Свободное владение терминами.	Использование терминов верное.	Допускает ошибки в терминологии.	Не владеет терминологией.

Таблица 4. Оценивание подготовки рефератов

Критерий	Отлично (5)	Хорошо (4)	Удовлетворительно (3)	Неудовлетворительно (2)
Актуальность и новизна	Тема раскрыта глубоко, есть элементы исследования.	Тема раскрыта, но без глубокого анализа.	Тема раскрыта поверхностно.	Тема не раскрыта.
Структура	Логичное строение, введение, выводы.	Есть замечания по структуре.	Структура прослеживается слабо.	Структура отсутствует.
Оформление	Соответствует ГОСТ, грамотно.	Незначительные ошибки в оформлении.	Много ошибок в оформлении.	Оформление не соответствует требованиям.
Использование источников	Более 5 источников, включая современные.	3-5 источников.	Менее 3 источников.	Отсутствие списка литературы.

Таблица 5. Оценивание ответа на зачете

Зачет проводится в устной или письменной форме. Оценка «зачтено» выставляется при успешном освоении компетенций, если студент ответил на 2 вопроса из 3 и решил 1 задачу из 2.

Критерий	Зачтено	Не зачтено
Знание теории	Студент демонстрирует понимание основных понятий и теорем.	Студент не может сформулировать ключевые определения.
Решение задач	Студент правильно применяет формулы для решения типовых задач.	Студент не может решить ни одной задачи из билета.
Ответы на вопросы	Дает четкие и краткие ответы на дополнительные вопросы.	Отказывается отвечать или дает неверные ответы.

Таблица 6. Оценивание ответа на экзамене

Компонент	Отлично (5)	Хорошо (4)	Удовлетворительн	Неудовлетворительн
-----------	-------------	------------	------------------	--------------------

ответа			о (3)	о (2)
Теоретический вопрос №1	Глубокое понимание темы, четкие формулировки, полное доказательство.	Понимание темы, но неполное доказательство .	Общее представление о теме, нет доказательства.	Тема не раскрыта.
Теоретический вопрос №2	Точное определение, иллюстрирование примерами.	Определение верно, но нет примеров.	Определение дано с ошибками.	Определение не дано.
Практическое задание (Задача)	Верное решение, обоснование, верный ответ.	Верный ход решения, но вычислительная ошибка.	Неверный ход решения, но есть отдельные правильные шаги.	Решение отсутствует или полностью неверное.
Дополнительные вопросы	Уверенные и точные ответы на все вопросы.	В основном верные ответы.	Слабые ориентиры в материале.	Не отвечает на вопросы.

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации включают в себя:

1. **Перечень вопросов к коллоквиуму №1 (Теория кривых).**
2. **Перечень вопросов к экзамену.**
3. **Типовые варианты контрольных работ.**
4. **Темы рефератов.**
5. **Тестовые задания в ЭИОС.**

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой

